

Die semiotische Logik und ihre qualitative Mathematik

1. In Toth (2016a) hatten wir die beiden für die Semiotik wichtigsten Logiken, die aristotelische und die günthersche, anhand von drei Basis-Bedingungen miteinander verglichen.

Logik	Vermittlung der Basiswerte	Iterierbarkeit von O	Iterierbarkeit von S
aristotelisch	nein	nein	nein
günthersch	nein	nein	ja
semiotisch	ja	ja	ja

Dabei zeigt sich in Sonderheit, daß die polykontexturale Logik Gotthard Günthers pseudo-mehrwertig ist, da innerhalb jeder Kontextur weiterhin die 2-wertige Logik gilt. Günther selbst war das übrigens bewußt: "Jedes Einzelsubjekt begreift die Welt mit derselben Logik, aber es begreift sie von einer anderen Stelle im Sein. Die Folge davon ist: insofern, als alle Subjekte die gleiche Logik benutzen, sind ihre Resultate gleich, insofern aber, als die Anwendung von unterschiedlichen ontologischen Stellen her geschieht, sind ihre Resultate verschieden" (Günther 1980, S. 87). Was also neu ist an der güntherschen gegenüber der aristotelischen Logik, ist lediglich, daß jedem Subjekte seine private 2-wertige Logik zugestanden wird. Dadurch muß in formalen Systemen natürlich die Subjektposition iterierbar sein, d.h. man kann den Übergang von der aristotelischen zur güntherschen Logik durch

$$L = [\Omega, \Sigma] \rightarrow \{L = [\Omega, \Sigma_1], \dots, L = [\Omega, \Sigma_n]\}$$

charakterisieren, und wie man sieht, gilt hier

$$\Omega = \text{const.}$$

2. Eine solche Auffassung ist jedoch aus semiotischer Sicht grundfalsch, weil sie direkt zur Pansemiotik von Peirce und seinen mittelalterlichen und frühneuzeitlichen Vorläufern führt. Gemäß Peirce gilt ja, "daß wir alles, was wir wahrnehmen, in Zeichen wahrnehmen". Daraus würde jedoch folgen, daß kein Objekt mehr "zum Zeichen erklärt" (Bense 1967, S. 9) zu werden bräuchte, daß die Operation der "thetischen Setzung" (Walther 1979, S. 121) hinfällig wäre, ja daß selbst die Unterscheidung zwischen Objekt und Zeichen sinnlos würde. Tatsache ist aber, daß ein bloß wahrgenommenes Objekt noch lange kein Zeichen ist. Ein Haus, das ich wahrnehme, in das ich hineingehe, in dem ich wohne oder das ich, als Architekt, sogar baue, ist kein Zeichen, sondern ein Objekt. Als Objekt freilich kann es zum Zeichen erklärt werden, z.B. können die Fenster und Türe als Icons (2.1), die Gänge und Korridore als Indizes (2.2) und die Zimmer und Einbauschränke als Repertoires (2.3) repräsentiert werden, aber erst dann, wenn ich sie in einem willentlichen Akt, demjenigen der thetischen Setzung, zu Zeichen erkläre. Erst ein verknotetes, d.h. verfremdetes Taschentuch ist ein Zeichen, sonst ist es selbstverständlich ein Objekt. Es gibt in dieser Welt somit nicht nur Zeichen, sondern auch Objekte. Gegen diese Kindergartenweisheit verstößt jedoch jede Logik, welche auf unvermittelten, d.h. absoluten (apriorischen) Kategorien gegründet ist, d.h. nicht nur die aristotelische, sondern auch die gүнthersche. Da auch für die letztere für jede Einzelkontextur die logische Dichotomie aus objektivem Objekt und subjektivem Subjekt

$$L = [0, 1]$$

gilt, in dem eine Vermittlung der beiden Werte 0 und 1 durch das Grundgesetz des Tertium non datur explizit ausgeschlossen wird, kann es in einer Semiotik, die auf L basiert, weder Funktionen der Form

$$\Omega = f(Z)$$

noch solche der Form

$$Z = f(\Omega)$$

und dabei überhaupt keine Referenz geben. Ein wahrgenommenes Objekt – und nur ein solches sollte als Objekt bezeichnet werden, da es eines Subjektes

bedarf, um wahrgenommen zu werden – ist ein Objekt, aber es ist kein objektives, sondern ein subjektives Objekt (SO), es erhält durch die Wahrnehmungen sozusagen Subjektanteile. Umgekehrt ist ein Zeichen ein objektives Subjekt (OS), d.h. ein Subjekt, das durch die Zeichensetzung sozusagen Objektanteile bekommt. Die Dichotomie von Objekt und Zeichen

$$D = [\Omega, Z]$$

läßt sich daher durch die Dichotomie

$$E = [SO, OS],$$

die ein Dualverhältnis bildet, ausdrücken, denn $\times(SO) = OS$ und $\times(OS) = (SO)$.

3. Damit kann man, wie bereits in Toth (2016b) gezeigt, auch die Teilrelationen der peirceschen Zeichenrelation

$$Z = (M, O, I)$$

durch die vermittelten logischen Funktionen definieren

$$M = (SO = f(S)) = S(SO)$$

$$O = (SO = f(O)) = O(SO)$$

$$I = (OS = f(O)) = O(OS)$$

definieren und erhält damit folgende Matrix logischer Funktionen auf der Basis einer neuen Logik als Grundlage der Peirce-Bense-Semiotik

	S(SO)	O(SO)	O(OS)
S(SO)	$S(SO) \rightarrow S(SO)$	$S(SO) \rightarrow O(SO)$	$S(SO) \rightarrow O(OS)$
O(SO)	$O(SO) \rightarrow S(SO)$	$O(SO) \rightarrow O(SO)$	$O(SO) \rightarrow O(OS)$
O(OS)	$O(OS) \rightarrow S(SO)$	$O(OS) \rightarrow O(SO)$	$O(OS) \rightarrow O(OS)$.

Wie man sogleich sieht, sind hier alle drei Bedingungen der eingangs gegebenen Tabelle für eine semiotische Logik erfüllt:

1. O und S sind vermittelt.

2. 0 ist iterierbar.

3. S ist iterierbar.

Die obige Matrix kategoriethoretischer Abbildungen der zu den semiotischen Subrelationen isomorphen logischen Funktionen ist daher als maximale Erweiterung nicht nur der aristotelischen, sondern auch der güntherschen Logik zu betrachten. Setzen wir nun, wie dies auch in der Semiotik und in der auf der polykontexturalen Logik aufbauenden Mathematik der Qualitäten getan wird, Zahlenwerte ein

$0 := 0$

$S := 1,$

so können wir die obige Matrix in der folgenden Form notieren

	1(10)	0(10)	0(01)
1(10)	$1(10) \rightarrow 1(10)$	$1(10) \rightarrow 0(10)$	$1(10) \rightarrow 0(01)$
0(10)	$0(10) \rightarrow 1(10)$	$0(10) \rightarrow 0(10)$	$0(10) \rightarrow 0(01)$
0(01)	$0(01) \rightarrow 1(10)$	$0(01) \rightarrow 0(10)$	$0(01) \rightarrow 0(01).$

Da die Abbildungen genauso wie in der Semiotik (vermöge Isomorphie) kartesische Produkte sind, haben wir also

$$1(10) \rightarrow 1(10) = 1(10) \times 1(10) = [1(10)1(10)], \text{ usw.,}$$

und damit stehen wir nun vor einer völlig neuen Form von Zahlen, die weder die Peanozahlen sind, die Bense (1981, S. 17 ff.) als Zeichenzahlen einführte, noch Gestaltzahlen (Proto-, Deutero- und Tritto-Zahlen), die Günther (1979, S. 252 ff.) als qualitative Zahlen für die polykontexturale Logik einführte, sondern es sind zwar ebenfalls qualitative Zahlen, aber solche, welche für unsere neue Logik geschaffen sind, in der nicht nur die Subjekt-, sondern auch auch die Objekt-Position iterierbar ist und innerhalb der die Basiswerte nicht absolut, sondern vermittelt sind

$[1(10)1(10)]$

$[1(10)0(10)]$

$[1(10)0(01)]$

$[0(10)0(10)]$

$[0(10)0(01)]$

$[0(01)0(01)]$.

Diese neuen Zahlen, die bislang keinen Namen tragen, haben also die abstrakte Struktur

$N = [a(bc)d(ef)]$

mit $a...f \in \{0, 1\}$

und der Bedingung, daß sowohl 0 als auch 1 mindestens 2mal pro Sequenz auftreten müssen. Sie stellen somit in einer Hierarchie von Zahlen die 2. Stufe der in Toth (2016a, b) erwähnten Relationalzahlen dar, die wir jetzt wie folgt notieren können

$[0, [1]] = [0(1)]$

$[[0], 1] = [(0)1]$

$[1, [0]] = [1(0)]$

$[[1], 0] = [(1)0]$.

Durch konkatenierte Multiplikation erhält man dann aus Zahlen der 2. Stufe solche 3. Stufe

$[1(10)1(10)1(10)1(10)]$

$[1(10)1(10)1(10)0(10)]$

$[1(10)1(10)1(10)0(01)]$

$[1(10)1(10)0(10)0(10)]$

$[1(10)1(10)0(10)0(01)]$
 $[1(10)1(10)0(01)0(01)]$
 $[1(10)0(10)1(10)0(10)]$
 $[1(10)0(10)1(10)0(10)]$
 $[1(10)0(10)0(10)0(10)]$
 $[1(10)0(10)0(10)0(01)]$
 $[1(10)0(10)0(01)0(01)]$
 $[1(10)0(01)1(10)0(01)]$
 $[1(10)0(01)0(10)0(10)]$
 $[1(10)0(01)0(10)0(01)]$
 $[1(10)0(01)0(01)0(01)]$
 $[0(10)0(10)0(10)0(10)]$
 $[0(10)0(10)0(10)0(10)]$
 $[0(10)0(10)0(01)0(01)]$
 $[0(10)0(01)0(10)0(01)]$
 $[0(10)0(01)0(01)0(01)]$
 $[0(10)0(01)0(10)0(01)], \text{ usw.}$

Es ist also

$$\text{card}(Z^1) = 4$$

$$\text{card}(Z^2) = 5$$

$$\text{card}(Z^3) = 21$$

Wie man leicht nachrechnen kann, ist dann

$$\text{card}(\mathbb{Z}^4) = 210$$

$$\text{card}(\mathbb{Z}^5) = 21945, \text{ usw.}$$

Nicht einmal die Zahlensequenz der Kardinalität dieser neuen Art von Zahlen ist im OEIS (Online Encyclopedia of Integer Sequences) nachgewiesen. Ferner besitzen diese Zahlen keine eindeutigen (und damit auch keinen absoluten) Anfang, sondern als Anfang dient ein Geviert. Während also die polykontexturalen Zahlen nach dem Pfalzgraf-Theorem einerseits aus den Peano-Zahlen topologisch gefasert und andererseits durch Entfernung der Faserung wiederum in Peano-Zahlen zurückverwandelt werden können, besteht diese Möglichkeit bei unseren neuen Zahlen nicht. Wie es ferner aussieht, gibt es auch keine Möglichkeit einer Transformation unserer Zahlen in polykontexturale Zahlen et vice versa, während problemlos Proto-, Deutero- und Tritozahlen ineinander überführbar sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense.-Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

20.8.2016